

ΓΛΩΦ 181 ΕΙΣΑΓΩΓΗ ΣΤΗ ΛΟΓΙΚΗ ΚΑΙ ΣΤΗΝ ΤΥΠΙΚΗ ΣΗΜΑΣΙΟΛΟΓΙΑ

ΤΕΤΑΡΤΟ ΜΑΘΗΜΑ 24 ΜΑΡΤΙΟΥ 2011

Λογική ανάλυση της μορφής, σε επίπεδο πρότασης: προτασιακή λογική (propositional logic) (βλέπε Χρύσιππος) και σε επίπεδο κατηγορημάτων, κατηγορηματική λογική (predicate logic), βλέπε Αριστοτέλης). Η πρώτη διερευνά σχέσεις προτασιακής σύνδεσης που μπορούν να αναπτυχθούν στο εσωτερικό σύνθετων προτάσεων. Η δεύτερη, που λέγεται και *πρωτοβάθμια* (first order) κατηγορηματική λογική, δεν περιορίζεται στις διαπροτασιακές σχέσεις στο πλαίσιο μιας σύνθετης πρότασης, αλλά διερευνά και τις ενδοπροτασιακές σχέσεις που αναπτύσσονται στο εσωτερικό μιας πρότασης.

Προτασιακή λογική

Θεωρία συλλογισμού, κλασική λογική

Το **λεξιλόγιο** της προτασιακής λογικής αποτελείται από:

- α) ένα σύνολο ατομικών λογικών προτάσεων που αναπαρίσταται από τα σύμβολα p, q, r, s, \dots
- β) τα λογικά συνδετικά: $\neg, \wedge, \vee, \forall e, \rightarrow, \equiv$
- γ) τις παρενθέσεις: () επίσης []

Πίνακες αλήθειας (Wittgenstein)

Δύο τιμές αλήθειας (αληθές, ψευδές)

Λογικά συνδετικά

Άρνηση (negation) \neg (επίσης \sim)

[ο μοναδικός μονοθέσιος σύνδεσμος/ μοναδιαίος τελεστής unary operator]

Σύζευξη (conjunction) \wedge (επίσης &)

Διάζευξη (disjunction) \vee

Συνεπαγωγή (implication, conditional) \rightarrow

Ισοδυναμία/ Διπλή συνεπαγωγή (equivalence, bi-conditional) \leftrightarrow (επίσης \equiv)

Η σύζευξη δημιουργεί μια σύνθετη λογική πρόταση ($p \wedge q$: “ p και q ”) που αληθεύει αν και μόνο αν αμφότερες οι p και q είναι αληθείς. Η διάζευξη ($p \vee q$: “ p ή q ”) δημιουργεί μια σύνθετη πρόταση, η οποία αληθεύει αν και μόνο αν είτε η p είτε η q είναι αληθής. Η άρνηση \sim δημιουργεί μία σύνθετη λογική πρόταση από μια απλή λογική πρόταση (p) $\sim p$ ορίζεται ως αληθής όταν η p είναι ψευδής και το αντίστροφο. Η επαγωγή \rightarrow δημιουργεί μία σύνθετη λογική πρόταση $p \rightarrow f$, η p συνεπάγεται την f που αληθεύει αν και μόνο αν: (i) αμφότερες οι p και q είναι αληθείς, (ii) αμφότερες οι p και q είναι ψευδείς, ή (iii) η p είναι ψευδής και η q αληθής.

Σχέση λογικών συνδετικών/ συνδέσμων με τους συνδέσμους της φυσικής γλώσσας

Άρνηση (negation)

p

Η Μαρία είναι γλωσσολόγος.

$\neg p$

Η Μαρία δεν είναι γλωσσολόγος.

Όταν το p είναι αληθές η άρνησή του είναι ψευδής και το αντίστροφο.

ΑΡΝΗΣΗ

p	~p
T	F
F	T

- ο η γλωσσική άρνηση δρα και κάτω από το επίπεδο της πρότασης (Βελουδης)
Της αρέσουν μόνο οι μη εγωιστές άνθρωποι.
- ο το αρνητικό παίρνει διαφορετικές μορφές: άρνηση (δεν, μην), αρνητικό μόριο (όχι, μη), στερητικό μόριο (ά-γονος)
- ο δύο ερμηνείες πεδίου (scope interpretation)
Ο Γιάννης δεν πρέπει να φύγει
- ο μπορεί να εστιάζεται σε ένα από τα συστατικά του εκφωνήματος
Δεν μου αρέσει το ΠΟΡΤΟΚΑΛΙ, όχι γενικά τα φρούτα.
- ο Δύο λειτουργίες: “θετική” και μεταγλωσσική
Το τραπέζι δεν έχει ένα πόδι.
Το τραπέζι δεν “έχει ένα πόδι”. έχει τέσσερα!

Σύζευξη (conjunction)

Η Ινώ είναι γλωσσολόγος.

Ο Πέτρος είναι μουσικός.

Η Ινώ είναι γλωσσολόγος και Ο Πέτρος είναι μουσικός.

$p \wedge q$

Αν και οι δύο προτάσεις είναι αληθείς, τότε η σύζευξή τους είναι επίσης. Αν όμως μία από τις δύο είναι ψευδής ή και οι δύο, τότε είναι και η σύζευξή τους ψευδής.

ΣΥΖΕΥΞΗ

p	q	$p \wedge q$
T	T	T
T	F	F
F	T	F
F	F	F

- ο δρα και κάτω από το επίπεδο της πρότασης
Η Ελένη και η Μαρία είναι γλωσσολόγοι/ Η Ελένη και η Μαρία γνωρίστηκαν στην Βαρκελώνη
- ο γενικά προϋποθέτει μία βαθύτερη σχέση ανάμεσα στις προτάσεις που συνδέει: ακολουθία γεγονότων
Η Μαρία έκανε μπάνιο και έβαλε το κίτρινο φόρεμά της vs.
??Η Μαρία έβαλε το κίτρινο φόρεμά της και έκανε μπάνιο.
- ο το αλλά στην προτασιακή λογική μεταφράζεται συχνά ως σύζευξη, ως συνώνυμο του και, αλλά είναι σαφές ότι δεν είναι το ίδιο να πούμε- η αντίθεση του αλλά χάνεται όταν το μεταφράζουμε στην προτασιακή λογική:
Η Μαρία είναι φτωχή και τίμια.
Η Μαρία είναι φτωχή, αλλά τίμια.

(βλέπε Canakis 1995 και Κανάκης 1999 για μια πολυσημική ανάλυση των εννοιών του και στα νέα ελληνικά)

Διάζευξη (disjunction)

Η Ινώ είναι γλωσσολόγος ή ο Πέτρος είναι γιατρός.

Η διάζευξη ($p \vee q$: “ p ή q ”) δημιουργεί μια σύνθετη πρόταση, η οποία αληθεύει αν και μόνο αν είτε η p είτε η q είναι αληθής

ΔΙΑΖΕΥΞΗ ΕΓΚΛΕΙΟΥΣΑ

p	q	$p \vee q$
T	T	T
T	F	T
F	T	T
F	F	F

ΔΙΑΖΕΥΞΗ ΑΠΟΚΛΕΙΟΥΣΑ

p	q	$p \vee_e q$
T	T	F
T	F	T
F	T	T
F	F	F

- ο επαρκής συνθήκη είναι η αλήθεια του ενός από τα μέλη της διάζευξης

Θα πληρώσεις το πρόστιμο ή θα πας φυλακή.

- ο στις φυσικές γλώσσες γίνεται συχνά διάκριση ενός αυστηρότερου τύπου διάζευξης, της αποκλειουσας (exclusive) που αποκλείει να αληθεύουν ταυτόχρονα και τα δύο μέλη της *ή θέλεις ή δε θέλεις, παντρεμένος ή ελεύθερος; τα λεφτά σου ή τη ζωή σου, ένας γιατρός ή ένας οδοντίατρος γράφουν συνταγές*

μπορούμε να εκφράσουμε περιεκτική διάζευξη και με το *και*
Φάρμακα μπορούν να σου δώσουν γιατροί και φαρμακοποιοί (με την έννοια του *ή*)

Συνεπαγωγή/ Επαγωγή/ Καθ' ύλην ή υλική συνεπαγωγή (material implication)

ΣΥΝΕΠΑΓΩΓΗ

p	q	$p \rightarrow q$
T	T	T
T	F	F
F	T	T
F	F	T

Είναι ψευδής μόνο αν η υπόθεση είναι αληθής και η απόδοση ψευδής.

Αν χιονίσει, κάνει κρύο.

αλλά:

Αν βρέξει, θα πάω σινεμά.

Μπορεί να είναι ψευδής μόνο αν βρέξει και δεν πάω σινεμά. Αν δεν βρέξει, ο υποθετικός μου λόγος δεν μπορεί να επαληθευτεί οτιδήποτε και να κάνω εγώ. Άλλα πράγματα μπορεί να με

οδηγήσουν στο να πάω ή όχι. Μπορεί για παράδειγμα να χιονίσει και να με κάνει να πάω
σινεμά αντί βόλτα στο πάρκο.

- οι συνθήκες αλήθειας της φαίνονται να είναι αντίθετες με την διαίσθησή μας, στις φυσικές γλώσσες ο υποθετικός λόγος φαίνεται να υπάρχει μία αιτιακή σχέση και νιώθουμε ότι αν δεν ισχύει η υπόθεση, όλος ο υποθετικός λόγος είναι ψευδής. Λογικά όμως δεν ισχύει!
- το *αν...τότε...* συμπυκνώνει μια πολύπτυχη σχέση ανάμεσα στην υπόθεση και στην απόδοση
- δεν αποδίδει τις διαισθήσεις μας σε σχέση με αντιγεγονικούς υποθετικούς λόγους (counterfactuals), που είναι πολύ συχνοί
Αν ήμουν πλούσια, θα πήγαινα ταξίδι στην Παταγονία.

Ισοδυναμία/ Διπλή συνεπαγωγή (Equivalence, biconditional)

Είναι αλήθεια, μόνο αν έχουν την ίδια τιμή αλήθειας (αληθές ή ψευδές)

- Θα περάσω στο μεταπτυχιακό, μόνο αν πάρω 9 στη Σημαιολογία.
- Η Ινώ θα πάει στο πάρτυ, μόνο αν πάει ο Πέτρος.

ΙΣΟΔΥΝΑΜΙΑ

p	q	$p \leftrightarrow q$
T	T	T
T	F	F
F	T	F
F	F	T

Η σύνδεση των προτάσεων είναι πολύ πιο περίπλοκη στις φυσικές γλώσσες.